Pruebas de Hipótesis (Una Muestra)

Este procedimiento prueba hipótesis acerca de cualquiera de los siguientes parámetros:

1. la **media** μ de una distribución normal.
2. la **desviación estándar** σ de una distribución normal.
3. la **proporción** de éxitos θ de una distribución binomial.
4. la **tasa** de eventos λ en una distribución Poisson.

El desplegado contiene:

1. el estadístico de prueba calculado, junto a un P-Valor.
2. un *intervalo de confianza* para el parámetro de interés
3. una gráfica de la potencia de la prueba de hipótesis.

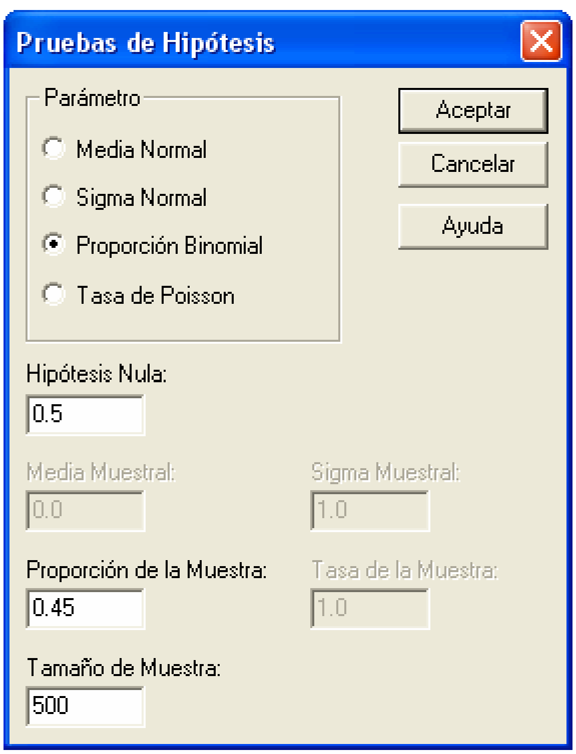
StatFolio Muestra: *hyptest1.sgp*

Datos de Muestra:

Ninguno.

Entrada de Datos:

El cuadro de diálogo de entrada de datos requiere información sobre la prueba a realizarse.



- **Parámetro:** el parámetro a probarse. Se asume que se ha colectado una muestra aleatoria de tamaño n de la distribución indicada.
- **Hipótesis Nula**: el valor del parámetro indicado especificado por la hipótesis nula.
- **Media Muestral:** la media muestral $\bar{x}$.
- **Sigma Muestral**: la desviación estándar muestral *s*.
- **Proporción de la Muestra**: la proporción de la muestra $\hat{\theta}$.
- **Tasa de la Muestra**: la tasa de la muestra $\hat{\lambda}$.
- **Tamaño de la Muestra**: el tamaño *n* de la muestra.

Por ejemplo, el cuadro de diálogo de arriba indica que una muestra de tamaño $n = 500$ tomada de una distribución binomial arroja una proporción muestral $\hat{\theta} = 0.45$. Se desea probar la hipótesis de que la proporción media en la población es $\theta = 0.5$.

Resumen del Análisis

El *Resumen del Análisis* despliega un intervalo de confianza para el parámetro de interés, además de la prueba de hipótesis.

Prueba de Hipótesis (Una Muestra)
Proporción de muestra = 0.45
Tamaño de muestra = 500

Intervalo aproximado del intervalos de confianza del 95.0% para p: [0.405801,0.494793]

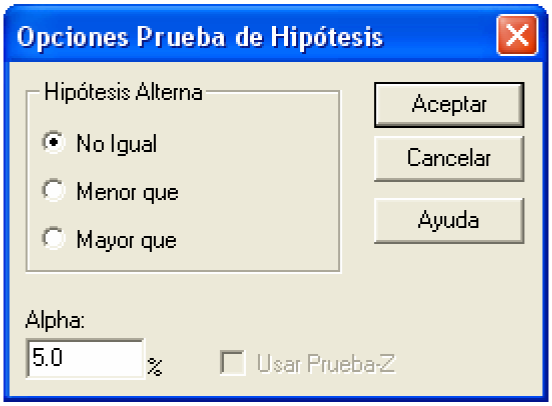
Hipótesis Nula: proporción = 0.5
Alternativa: no igual
Valor-P = 0.0284265
Rechazar la hipótesis nula para alfa = 0.05.

En el ejemplo actual, el intervalo de confianza del 95% establece que θ podría estar en cualquier lugar entre 0.4058 y 0.4948. También despliega una prueba formal para la hipótesis.

H_0: $\theta = 0.5$
H_A: $\theta \neq 0.5$

El *P-Valor* mide la verosimilitud de obtener una proporción muestral igual a la ingresada si la hipótesis nula es verdad. A un nivel de significancia del 5%, rechazaríamos la hipótesis nula si $P < 0.05$.

Opciones de Análisis



- **Hipótesis Alterna:** selecciona la hipótesis alterna de interés

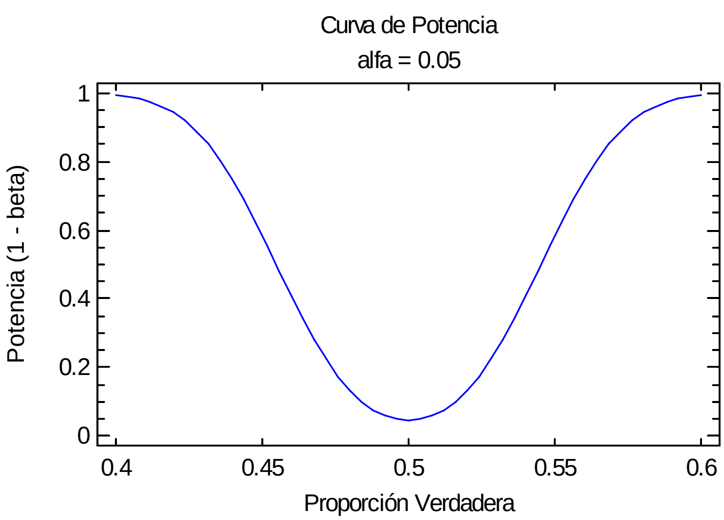
No Igual	H_A: $\theta \neq 0.5$
Menor que	H_A: $\theta < 0.5$
Mayor que	H_A: $\theta > 0.5$

- **Alfa**: la probabilidad de un error tipo I (rechazar una hipótesis nula cierta). Esto afecta la conclusión sentada en el output, no el estadístico de prueba ni el P-Valor.

- **Usar Prueba–Z**: si está seleccionada, corre una prueba Z al probar una media normal, de otro manera se realiza una prueba t.

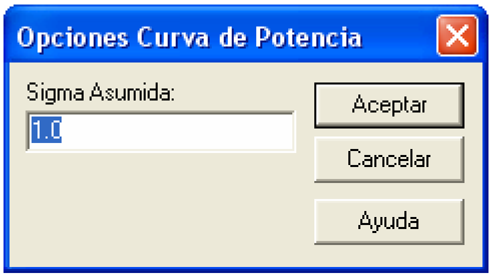
Curva de Potencia

La *Curva de Potencia* muestra la potencia de la prueba de hipótesis específica.



Potencia se define como la probabilidad de rechazar correctamente la hipótesis nula cuando esta es falsa. La prueba actual tiene una probabilidad de aproximadamente 60% de rechazar correctamente la hipótesis nula si la verdadera proporción poblacional es tan pequeña como 0.45 o tan grande como 0.55.

Panel de Opciones



- **Sigma Asumida:** si se prueba una hipótesis concerniente a una media normal, el valor asumido de la desviación estándar de la población.

Cálculos

- **Media Normal – Intervalo de Confianza**

Si se asume que σ es conocida:

$$\bar{x} \pm z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \tag{1}$$

Se σ se estima a partir de los datos:

$$\bar{x} \pm t_{\alpha/2,n-1} \frac{s}{\sqrt{n}} \tag{2}$$

- **Media Normal – Prueba de Hipótesis**

Si se asume que σ es conocida:

$$z = \frac{\bar{x} - \mu_o}{\sigma / \sqrt{n}} \tag{3}$$

Si σ se estima a partir de los datos:

$$t = \frac{\bar{x} - \mu_o}{s / \sqrt{n}} \sim t_{n-1} \tag{4}$$

- **Sigma Normal – Intervalo de Confianza**

$$\left[\sqrt{\frac{(n-1)s^2}{\chi^2_{\alpha/2,n-1}}}, \sqrt{\frac{(n-1)s^2}{\chi^2_{1-\alpha/2,n-1}}} \right] \tag{5}$$

- **Sigma Normal – Prueba de Hipótesis**

$$\chi^2 = \frac{(n-1)s^2}{\sigma_0^2} \sim \chi^2_{n-1} \tag{6}$$

- **Proporción Binomial – Intervalo de Confianza**

$$\left[\frac{v_1 F_{1-\alpha/2,v_1,v_2}}{v_2 + v_1 F_{1-\alpha/2,v_1,v_2}}, \frac{v_3 F_{\alpha/2,v_3,v_4}}{v_4 + v_3 F_{\alpha/2,v_3,v_4}}\right] \tag{7}$$

donde

$$v_1 = 2x \tag{8}$$

$$v_2 = 2(n - x + 1) \tag{9}$$

$$v_3 = 2(x + 1) \tag{10}$$

$$v_4 = 2(n - x) \tag{11}$$

$$x = n\hat{\theta} \tag{12}$$

- **Proporción Binomial – Prueba de Hipótesis**

Se calcula un P-valor, basándose en la distribución binomial acumulativa F_B. Para una prueba de dos lados:

$$P = \min\{2F_B(x \mid n, \theta_0), 2(1 - F_B(x - 1 \mid n, \theta_0))\} \tag{13}$$

- **Tasa de Poisson – Intervalo de Confianza**

$$\left[\frac{\chi^2_{1-\alpha/2,2x}}{2T}, \frac{\chi^2_{\alpha/2,2(x+1)}}{2T}\right] \tag{14}$$

Donde el periodo de muestra $T = n$ y

$$x = \hat{\lambda} T \tag{15}$$

- **Tasa de Poisson – Prueba de Hipótesis**

Se calcula un P-valor, basándose en la distribución Poisson acumulativa F_P evaluada asumiendo que $\lambda = \lambda_0$. Para una prueba de dos lados:

$$P = \min\{2F_P(x \mid T, \lambda_0), 2(1 - F_P(x - 1 \mid T, \lambda_0))\} \tag{16}$$

